

**«ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ
ҚОЛДАНЫСТАРЫ» ЭЛЕКТИВТІ КУРСЫ**

Сидакова Дильназ

sidakova-04@mail.ru

7M01501 – «Математика» білім беру бағдарламасының 2 курс магистранты
Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қаласы, Қазақстан Республикасы
Ғылыми жетекшісі, PhD, аға оқытушы – **Жұмағазиев Ә.Х.**

Геометрия мен тригонометрия математикалық білім беруде маңызды орын алады, сыни ойлау мен кеңістіктік қиялды дамытуға ықпал етеді. Геометрия, көптеген дереккөздерде атап өтілгендей, білім алушылардың қоршаған әлемді түсінуі үшін қажетті визуалды және кеңістіктік дағдыларын қалыптастыруда шешуші рөл атқарады. Ол пішіндермен, олардың қасиеттерімен және өзара байланыстарымен таныстырады. Мысалы, HSLDA Академиясы ұсынған геометрия курсы кеңістіктік түсінік пен геометриялық ойлауды дамытуға, сондай-ақ пішіндер мен олардың орналасуына байланысты есептерді шешу дағдыларын жетілдіруге бағытталған. Khan Academy ұсынған геометрия бойынша егжей-тегжейлі оқу модульдері геометриялық түрлендірулерден бастап әртүрлі фигуралардың қасиеттеріне дейінгі кең ауқымды тақырыптарды қамтиды, бұл математиканы визуалды түрде оқытудың маңыздылығын көрсетеді.

Тригонометрия, өз кезегінде, үшбұрыштардың бұрыштары мен қабырғалары арасындағы қатынастар ұғымын енгізу арқылы геометриялық түсініктерді кеңейтеді. Бұл геометриялық пішіндердің сандық талдауын жүргізуге, белгісіз ұзындықтар мен бұрыштарды дәл есептеуге мүмкіндік береді. Тригонометрия курстары, жиі «Algebra 2» немесе алдын ала есептеу курстарының бөлігі ретінде, сондай-ақ жеке электив ретінде ұсынылатын, тригонометриялық функцияларға және олардың үшбұрыштар мен басқа да есептерді шешудегі қолданылуына бағытталған. Мысалы, Time4Learning тригонометрия курсы «Algebra 2»-ны сәтті меңгерген білім алушыларға арнайы әзірленген және олардың аналитикалық математикалық қабілеттері мен тригонометрияны түсінуін жақсартуға бағытталған.

Абстрактты ұғымдарды білім алушылар түсіну үшін ақпараттық технологиялар (IT) интерактивті визуализация, динамикалық зерттеу мүмкіндіктерін ұсынады. Мысалы, Time4Learning тригонометрия онлайн-курсы мультимедиялық сабақтар, оқыту видеолары, тесттер және онлайн жобаларды қолдану арқылы оқушылардың белсенділігін арттырады. GeoGebra және Desmos сияқты бағдарламалар білім алушыларға геометриялық нысандарды құруға және оларды басқаруға мүмкіндік береді, сол өзгерістердің тригонометриялық қатынастарға әсерін нақты уақытта бақылауға жағдай жасайды. Khan Academy сияқты білім беру платформалары геометрия және тригонометрия бойынша оқыту видеолары, практикалық тапсырмалар және жеке оқу траекторияларын қамтитын кең ауқымды ресурстар ұсынады. IT-

ны интеграциялау білім беру тәсілін ақпаратты пассив қабылдаудан белсенді зерттеуге ауыстырып, тұжырымдамалық терең түсінікті нығайтады.

Тригонометриялық функциялардың геометриялық қолданыстары математика білімінде маңызды тақырып болғанымен, бұл тақырыптың жеке элективтік курс ретінде айқын және жан-жақты қарастырылуы, әсіресе IT-технологияларды пайдалануға баса назар аударатырып, стандартты оқу бағдарламаларында кеңінен ұсынылмағанын айта кету керек [1].

Осыған байланысты, IT-технологияларды пайдалана отырып, тригонометриялық функциялардың геометриялық қолданыстарына арнайы арналған, мектеп оқушыларына арналған элективтік курсты әзірлеу мен енгізу өте өзекті әрі негізді болып табылады. Мұндай курс математикаға ерекше қызығушылық танытқан білім алушылардың қажеттіліктерін қанағаттандыруға және пәннің әртүрлі бөлімдері арасындағы өзара байланысты тереңірек түсінуге мүмкіндік береді. Сонымен қатар, осы курс білім алушыларды математика, физика, инженерия және басқа да STEM бағыттарындағы одан әрі оқуға дайындауға қабілетті болып табылады.

Жоғары сынып оқушыларына арналған математика элективтік курстарының ағымдағы ұсыныстарын талдау көрсетуі бойынша, көптеген мектептер пішіндерге, дәлелдемелерге және кеңістіктік ойлауға бағытталған жеке геометрия курстарын ұсынады. Мысал ретінде Khan Academy-дегі толық геометрия бағдарламасы және Джон Хопкинс университетіндегі СТУ бағдарламасының ерекше геометрия курсы келтіруге болады. «Algebra 2 and Trigonometry» курсы тригонометриялық функцияларды алгебралық ұғымдармен біріктіретін кеңінен таралған нұсқа болып табылады. Кейбір мектептер біріктірілген «Предвычисление и тригонометрия» курсын ұсынады, ол жоғары математикаға оқудың маңызды кезеңі болып табылады. Бұл курстар әдетте функциялар, графиктер сияқты дамыған алгебралық және тригонометриялық ұғымдарды қамтиды. Сонымен қатар, жеке тригонометрия элективтік курстары да қолжетімді, олар әдетте «Algebra 2» мен геометриядан кейін оқытылады. Бұл курстар тригонометриялық функциялар, теңдеулер және олардың қолданыстарына тереңірек еніп, кейде векторлар мен полярлық координаталар сияқты тақырыптарды қамтиды. AP Calculus AB/BC, AP Statistics және тіпті жоғары математикадан кейінгі курстар сияқты дамыған элективтер тригонометрияның геометриялық қолданыстарына жанама түрде қамтиды.

Тригонометрия жиі алгебрамен және геометриямен біріктіріліп немесе жеке электив ретінде ұсынылса да, оның геометриялық қолданыстарына нақты назар аударатын курстар жоқ екені анықталды. Бұл жоғарғы сыныптарға арналған стандартты математика бағдарламасында әлеуетті бос орынның бар екендігін көрсетеді, оны ұсынылатын курс толтыра алады. Ерекше мүмкіндік – тригонометрияның теориялық аспектілерін оның геометриядағы практикалық және визуалды қолдануларына нақты байланыстыратын, әсіресе IT-құралдарды қолдану арқылы түсінікті жақсарту мен есептерді шешуді күшейтетін курс құрастыруда. Мұндай тәсіл білім алушыларға толық және қызықты оқу тәжірибесін қамтамасыз ете алады.

Тригонометриялық функциялар (синус, косинус, тангенс) және синус пен косинус теоремалары әртүрлі үшбұрыш түрлерінде белгісіз қабырғалар мен бұрыштарды анықтаудың негізгі құралдары болып табылады. Тікбұрышты үшбұрыштағы қабырғалар арасындағы қатынас ретінде синус, косинус және тангенстің негізгі анықтамалары күрделі қатынастарды түсінудің негізін қалайды. Сондай-ақ, Пифагор теоремасы маңызды рөл атқарады.

Геометрия мен тригонометрияны тиімді оқыту және үйрену үшін әртүрлі IT-құралдар қолданылады. Геометрияға арналған интерактивті бағдарламалық жасақтама (мысалы, GeoGebra, Cabri): Бұл құралдар геометриялық фигураларды динамикалық түрде басқаруға және нақты уақытта олардың өзгерістерін бақылауға мүмкіндік береді. Бұл үшбұрыштардағы бұрыштар мен қабырғалар арасындағы байланыстарды түсіну, геометриялық түрлендірулерді визуализациялау және тригонометриялық тепе-теңдіктерді тексеру үшін өте құнды. Мысалы, GeoGebra білім алушыларға үшбұрыштар құруға және бұрыштар мен қабырғалардың ұзындықтарын динамикалық түрде өзгертуге мүмкіндік береді, сол арқылы синус пен

косинустар теоремасының қолданылуын бақылауға болады. Сондай-ақ, олар бірлік шеңберді зерттеп, шеңбердегі нүктенің координаталарының бұрыштың синусы мен косинусымен қалай байланысты екенін көре алады [2].

Онлайн-тригонометриялық калькуляторлар және график құру құралдары (мысалы, Desmos, WolframAlpha): Бұл құралдар күрделі тригонометриялық есептеулер үшін есептеу қуатын қамтамасыз етеді және тригонометриялық функцияларды және олардың графиктерін визуализациялауға мүмкіндік береді. Бұл функциялардың қасиеттерін (амплитуда, период, фазалық ығысу) түсінуге және периодтық құбылыстарды модельдеуде олардың қолданылуын анықтауға көмектеседі. Desmos тригонометриялық функциялардың графиктерін құруға және коэффициенттердің өзгеруінің әсерін зерттеуге мүмкіндік береді, бұл алгебралық түрді визуалды бейнелеумен байланыстырады. WolframAlpha тригонометриялық теңдеулердің кадамдық шешімдерін ұсына алады және тепе-теңдіктерді тексеру үшін қолданылып, күшті оқыту және өзін-өзі бағалау құралы ретінде қызмет етеді.

Білім беру платформалары мен ресурстары (мысалы, Khan Academy, Time4Learning): Бұл платформалар құрылымдалған сабақтар, оқыту видеолары, дереу кері байланыс беретін практикалық жаттығулар және тестілер ұсынады, олар сыныптық оқытуды толықтырып, әртүрлі оқу қарқыны мен стилі бар оқушыларға жеке оқу мүмкіндіктерін қамтамасыз етеді. Khan Academy геометрия мен тригонометрияның барлық аспектілерін қамтитын кең көлемді тегін ресурстар кітапханасын ұсынады, бұл оқушыларға концепцияларды қайталауға, дағдыларды жаттықтыруға және сыныптан тыс баламалы түсіндірулер алуға мүмкіндік береді. Time4Learning өзінің тригонометрия онлайн бағдарламасына мультимедиялық және интерактивті элементтерді айқын түрде енгізеді.

IT-құралдарды тиімді интеграциялау қарапайым есептеулерден асып түсуі тиіс. Негізгі назар осы құралдардың визуалдық және интерактивті мүмкіндіктерін қолдануға аударылып, негізгі математикалық қағидаларды тереңірек түсінуге және оқушыларға өз бетімен математикалық заңдылықтарды зерттеуге бағытталуы тиіс.

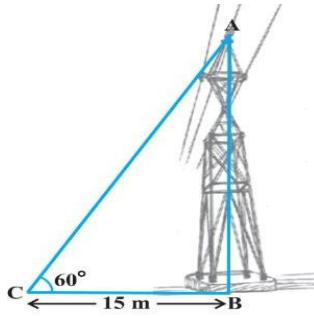
Осы элективтік курстың негізгі мақсаты — формулаларды жай жаттап қана қалмай, тригонометриялық функциялар мен геометриялық контексттер арасындағы өзара байланыстың терең концептуалды түсінігін қалыптастыру. Оқушылар тікбұрышты үшбұрыштар мен бірлік шеңбер контекстінде негізгі алты тригонометриялық функцияны (синус, косинус, тангенс, косеканс, секанс, котангенс) анықтап, қолдануды үйренуі тиіс. Олар үшбұрыш түрлерін, соның ішінде негізгі тригонометриялық қатынастар жеткіліксіз болған жағдайларды шешу үшін синустар және косинустар теоремасын түсініп, қолдана алуы қажет.

Ерекше назар тригонометриялық құралдар мен IT-технологияларды пайдалана отырып, геометриялық контексттердегі есептерді шешу және сыни ойлау дағдыларын дамытуға бөлінеді. Оқушылар геометриялық есепті талдап, тиісті ақпаратты анықтап, оны шешу үшін ең қолайлы тригонометриялық әдістер мен IT-құралдарды таңдауды үйренуі тиіс. Олар есепті шешу жоспарын құрастыруды, оны дәл орындауды және нәтижелерді бастапқы есептің контекстінде интерпретациялауды, сондай-ақ өз шешімдерінің дұрыстығын бағалап, ықтимал қателік көздерін анықтауды меңгеруі керек.

Тригонометриялық функциялардың геометриялық қолданыстары элективті курс барысында келесідей есептер қарастырылады:

1-есеп. Мұнара тігінен жерде орналасқан. Мұнараның табанынан 15 м қашықтықта орналасқан жердегі нүктеден мұнара төбесінің көтерілу бұрышы 60° . Мұнараның биіктігін табыңыз [3].

Шешуі: Алдымен есепті түсіне үшін сызбасын саламыз.



Сурет 1 – Мұнара

Мұндағы AB – мұнара, CB – мұнарадан нүктенің қашықтығы, $\angle ACB$ – биіктеу бұрышы. Біз мұнараның AB биіктігін анықтауымыз керек. $\triangle ACB$ – тікбұрышты үшбұрыш, оның $\angle B$ – тік.

Қарсы жатқан катеттің іргелес жатқан катетке қатынасы 60° бұрышының тангенсіне тең болады:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

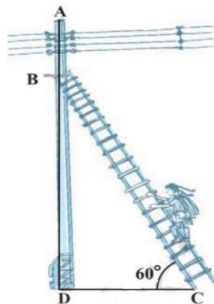
Осыдан,

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{15} \Rightarrow AB = 15\sqrt{3}.$$

Жауабы: Мұнараның биіктігі $15\sqrt{3}$ метр.

2-есеп. Электрик биіктігі 5 м бағанадағы электр ақауын жоюы қажет. Жөндеу жұмыстарын жүргізу үшін ол бағананың жоғарғы жағынан 1,3 м төмен нүктеге жетуі керек. Көлденеңінен 60° бұрыш жасағанда қажетті орынға жету үшін қолданып жатқан баспалдақтың ұзындығы қандай болуы керек? ($\angle 3 \approx 1,73$)

Шешуі: Электрик AD бағанындағы B нүктесіне жетуі керек.



Сурет 2 – Бағана

$$BD = AD - AB = 5 - 1,3 = 3,7$$

Мұндағы BC – баспалдақ. Біз оның ұзындығын, яғни BDC тікбұрышты үшбұрышының гипотенузасын табуымыз керек. Енді біз қандай тригонометриялық қатынасты ескеруіміз керек деп ойлайсыз? Ол $\sin 60^\circ$ болуы керек.

$$\frac{BD}{BC} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{3,7}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{3,7 \times 2}{\sqrt{3}} = 4,28$$

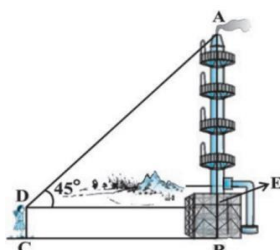
Баспалдақтың ұзындығы 4,28м.

$$\frac{DC}{BD} = \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow DC = \frac{3,7 \times \sqrt{3}}{3} = 2,14$$

Жауабы: 2,14м

3-есеп. Биіктігі 1,5м бақылаушы түтін мұржадан 28,5м қашықтықта орналасқан. Бақылаушы көзінің үстінен түтін мұржаның жоғарғы жағының көтерілу бұрышы 45° . Мұржаның биіктігін табыңыз [4].

Шешуі: Мұндағы AB – түтін мұржасы, CD – бақылаушы, $\angle ADE$ – биіктеу бұрышы. Бұл жағдайда $\triangle ADE$ – тікбұрышты үшбұрыш, $\angle E$ – тік. Енді түтін мұржасының биіктігін табуымыз керек.



Сурет 3 – Түтін мұржа

$$AB = AE + BE = AE + 1,5$$

$$DE = CB = 28,5$$

AE табу үшін біз AE және DE екеуін қамтитын тригонометриялық қатынасты аламыз. Биіктеу бұрышының тангенсі:

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{AE}{DE} \Rightarrow 1 = \frac{AE}{28,5} \Rightarrow AE = 28,5$$

$$AB = 28,5 + 1,5 = 30$$

Сонымен, түтін мұржасының биіктігі 30м.

Әртүрлі оқу стильдерін қанағаттандыру және тереңірек түсінікті қамтамасыз ету мақсатында ІТ-құралдарды белсенді біріктіретін әртүрлі әрекеттер ұсынылады:

- GeoGebra пайдалану арқылы интерактивті симуляциялар;
- Онлайн есептер мен жаттығулар: Khan Academy сияқты платформаларда есептерді шешіп, дереу кері байланыс алу;
- Виртуалды лабораториялар: Онлайн құралдар мен тригонометриялық есептеулерді пайдаланып, түсіру әдістерін модельдеуге мүмкіндік береді;
- Графикалық калькуляторлар мен Desmos: Тригонометриялық функцияларды визуализациялап, геометриямен байланысты периодтық құбылыстарды (мысалы, айналымды) модельдеуде қолданылады;
- Бірлескен онлайн-жобалар: Оқушылар цифрлық презентациялық құралдарды қолдана отырып, геометриялық тригонометрияның нақты қолдануларын зерттеп, ұсынады.

Нәтижесінде білім алушылар аналитикалық және сыни есептерді шешу дағдыларының жақсарғанын көрсетеді, әсіресе тригонометриялық ойлау қажет болатын геометриялық контексттерде. Олар күрделі геометриялық есептерді кіші, басқарылатын қадамдарға бөліп, сәйкес тригонометриялық әдістерді таңдау мен қолдану кезінде логикалық ойлау қабілеттерін дамытады, сондай-ақ өз есептеулерінің нәтижелерін тапсырманың контекстінде талдап,

түсіндіре алады. Сонымен қатар, олар математикалық зерттеу, есептеулер және қолданыстар үшін ІТ-құралдарды тиімді пайдалануда өз біліктіліктерін арттырады, бұл өз кезегінде математикалық контекстте цифрлық сауаттылықтың дамуына ықпал етеді.

Бұл курс 9-12 сынып оқушыларына, алгебра мен негізгі геометрия курстарын сәтті аяқтағандарға мінсіз сәйкес келеді. Білім алушылар теңдеулерді шешу және функциялармен жұмыс істеу сияқты негізгі алгебралық ұғымдарды мықты түсінуі тиіс.

Элективті курста білім алушыларға басында қысқаша нұсқада болса да математикалық білім берудегі тригонометрия мен геометрияның тарихи даму эволюциясы туралы айтып кеткен жөн.

Ерте тарих (XVII ғасыр): Тригонометрия біздің дәуірімізге дейінгі III ғасырда эллинистік әлемде астрономиялық зерттеулерге геометрияның қолданылуынан пайда болды. Грек ғалымдары хордаларды есептеуге шоғырланған кезде, Үндістан математиктері синус сияқты тригонометриялық қатынастардың ең ерте белгілі мәндерінің кестелерін жасаған. Шумерлік және вавилондық астрономдар бұрыштарды өлшеу үшін дөңгелекті 360 градусқа бөлу әдісін, сондай-ақ ұқсас үшбұрыштардың қабырғаларының қатынастарын зерттеген. Птолемейдің «Альмагест» еңбегінде астрономияда тригонометриялық есептеулер үшін хордаларды қолданған. Ертедегі тригонометрия геометриямен және оның астрономия мен навигация сияқты салалардағы қолданылуымен тығыз байланысты болған. Тригонометриялық тұжырымдамаларды дамытудың бастапқы мақсаты аспан денелері мен Жердегі қашықтықтарға байланысты геометриялық есептерді шешуден туындаған.

Ислам математиктері тригонометрияның дамуына елеулі үлес қосып, алты тригонометриялық функцияны жасап, оны геодезия мен картографияда қолданылатын дербес ғылым ретінде бекітті. Араб ғалымдары, мысалы, Абуль Вафа, тригонометриялық теңдіктерді жүйелі түрде зерттеді. Араб әлемі тригонометрияның дамуына және оның астрономиядан тыс салалардағы қолданылуын кеңейтуге шешуші рөл атқарып, практикалық геометриямен одан әрі ұштастырды. Діни және практикалық мақсаттар үшін дәл геодезия мен навигация қажеттілігі одан әрі жетілдірілген тригонометриялық құралдардың жасалуына әкелді.

Еуропаға тригонометрия туралы білім грек және араб еңбектерінің латын тіліне аудармалары арқылы енді, және тригонометрия бойынша алғашқы еуропалық еңбектердің бірі Региомонтанның «De Triangulis Omni Modis» кітабы (1464) болды. Ренессанс дәуірінде Еуропада тригонометрия қайта жаңғырып, бастапқыда әлі де геометриямен тығыз байланысты болды, әсіресе үшбұрыштар контекстінде. Негізгі қозғаушы күш навигация мен астрономиядағы қолданулар үшін үшбұрыштарды шешуге бағытталды.

XVIII және XIX ғасырлар: XVIII және XIX ғасырларда АҚШ колледждерінде тригонометрияны оқыту елеулі өзгерістерге ұшырап, кеңірек математикалық курстардың бір бөлігінен дербес пәнге айналды. Бастапқыда тригонометрия геодезия мен навигацияда қолданылды, бірақ уақыт өте келе оның қолдану аясы кеңейді. Тригонометриялық функциялардың анықтамасы да өзгеріп, сызық кесінділерінің орнына қабырғалардың қатынастары қолданылды. Тригонометрия барған сайын мамандандырылған болса да, оның геометриялық есептерді, әсіресе үшбұрыштарды шешумен іргелі байланысы сақталып қалды. Оқу бағдарламасы жетілдіріліп, күрделірек ұғымдар мен алгебралық тәсілдерді қамтыса да, геометриядағы негізгі қолданыстары өзгермеді.

Геометрияны оқытудың да бай тарихы бар, ол Евклидтің «Бастауларының» көп ғасырлық әсерімен және абстрактілі/спекулятивті және практикалық геометрия арасындағы шиеленіспен ерекшеленеді. Геометрияны оқыту көбінесе Евклидтің дедуктивтік тәсіліне негізделген, ал XIX және XX ғасырларда практикалық және интуитивті аспектілерге көбірек назар аударылды.

XX ғасыр және одан әрі: Кейбір аймақтарда математика пәндерінің интеграцияланған бағдарламаларына ұмтылыс байқалады. Интеграцияланған бағдарламалар алгебра, геометрия, тригонометрия, прекалькулус және статистиканы үйлесімді тәртіппен біріктіреді. Интеграцияланған бағдарламаларға көшу математикалық ұғымдардың өзара байланыстылығын мойындаудың дәлелі болып табылады, бұл өз кезегінде тригонометрия мен

геометрияның табиғи түрде интеграциясына ықпал етеді. Оқушыларға бұл пәндерді бірге оқыту олардың арасындағы байланыстарды оңайырақ көруге мүмкіндік береді.

Тарихи тұрғыдан алғанда, тригонометрия геометриялық есептерден, әсіресе астрономия мен навигацияда туындаған, бұл екі сала арасындағы ішкі байланысты көрсетеді. Математикалық білім берудің эволюциясы алдымен бөліну кезеңдерін, ал кейінірек олардың интеграциясына деген тенденцияларды қамтыды.

Кесте 1

| № | Күнделікті өмірден мысал | Мәселенің сипаттамасы | Қолданылатын әдістер/формулалар | Түсіндірмелер |
|---|---|---|--|---|
| 1 | Ғимараттың көлеңкесі арқылы биіктігін анықтау | Күн сәулесінің түсу бұрышы мен ғимараттың көлеңке ұзындығы арқылы оның биіктігін анықтау | $h = d \times tg\alpha$ | Бұл әдіс күннің биіктігін ескере отырып, көлеңке ұзындығын және бұрышты пайдаланып ғимараттың нақты биіктігін есептеуге мүмкіндік береді. |
| 2 | Ағаштың биіктігін өлшеу | Ағаштың биіктігін оның көлеңкесі немесе арнайы өлшеу құралдары арқылы анықтау | $\tan(\alpha)$ немесе тікелей өлшеу әдістері | Ағаштың биіктігін көлеңкесі мен бұрыштың көмегімен анықтауға болады, бұл табиғаттағы практикалық есептеулерге мысал. |
| 3 | Шатырдың көлбеуін есептеу | Шатырдың қисаю бұрышын анықтап, оның конструкциясының дұрыстығын тексеру | $\alpha = \arctg\left(\frac{rise}{run}\right)$ | Шатырдың көлбеулігін анықтау арқылы құрылыс жобаларында қажетті дәлдікті қамтамасыз етуге болады |
| 4 | Кинотеатрдағы көрініс бұрышын анықтау | Экранның көрініс аймағын және орналастыруын оңтайландыру мақсатында көрініс бұрышын анықтау | Геометриялық талдау, тригонометриялық функциялар | Кинотеатрдағы орындардың орналасуын жоспарлау кезінде көрерменге ыңғайлы бұрышты қамтамасыз ету маңызды. |

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1. James Stewart, Lothar Redlin, Saleem Watson. Algebra and Trigonometry (fourth edition) – Cengage Learning, 2016, 1174 page.
2. John W. Coburn. Algebra and Trigonometry (second edition) – The McGraw-Hill Companies, Inc, 2010, 1244 page.
3. Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler, Karl E. Byleen. Analytic trigonometry with applications (11- edition) – John Wiley & Sons, Inc., 2012, 620 page.
4. Richard N. Aufmann, Vernon C. Barker, Richard D. Nation. College Algebra and Trigonometry (seventh edition) – Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.